



## **Modèles aléatoires pour des dynamiques proies prédateurs : spatialisation des interactions**

**Encadrants : du stage :** Vincent Bansaye (CMAP, Ecole Polytechnique), Sylvain Billiard (Evo-Eco-Paléo, Université de Lille), Jean-René Chazottes (CPHT, Ecole Polytechnique)

**Laboratoire(s) de Rattachement :** Ecole Polytechnique

**Contact :** [vincent.bansaye@polytechnique.edu](mailto:vincent.bansaye@polytechnique.edu) ; [sylvain.billiard@univ-lille.fr](mailto:sylvain.billiard@univ-lille.fr) ; [Jean-Rene.Chazottes@cpht.polytechnique.fr](mailto:Jean-Rene.Chazottes@cpht.polytechnique.fr)

Pour décrire la dynamique d'un système écologique dans lequel plusieurs espèces interagissent, au moins trois ingrédients doivent être simultanément considérés : 1) comment varient le nombre et la répartition des consommateurs (ou prédateurs) et de ressources (ou proies) dans un environnement, 2) comment s'effectuent les interactions entre individus, 3) comment les interactions entre individus se traduisent en naissance et mort. A l'échelle macroscopique, le modèle classique décrivant un tel système est celui du système déterministe de Lotka-Volterra, et ses nombreuses variantes avec réponses fonctionnelles ou spatialisation. Ces trois ingrédients sont alors généralement implicitement supposés partager les mêmes échelles de temps, avec une hypothèse de mélange (au moins local) permettant de négliger la structuration spatiale dans la forme des interactions, en la réduisant directement à une densité dépendance (possiblement locale). Quand une telle hypothèse de mélange est faite, des approximations ont été obtenues grâce à des techniques de moyennisation, avec échelles lente-rapide, en dimension infinie (Bansaye et Cloez, 2023). Ces résultats permettent d'intégrer un effet de mémoire en partant du comportement individuel.

L'hypothèse de mélange, même locale, est rarement satisfaite ou vérifiable en écologie. Dans cette thèse, nous chercherons à la relâcher, en partant des modèles stochastiques, au niveau individuel, et en mettant en évidence des régimes différents en fonction des échelles impliquées dans les interactions. L'enjeu principal est de tenir compte finement de la structure spatiale, via l'ensemble aléatoire couvert par les prédateurs. Le recouvrement de l'espace par une marche aléatoire est une question fondamentale et des résultats spectaculaires ont été obtenus, notamment sur la forme des fluctuations en dimension 2, qui sont à la fois de fortes amplitudes et non gaussiennes (Le Gall, 1986). Très récemment, leur rôle dans la stochasticité des vitesses de consommation a été mis en évidence (Bansaye et al, 2024). Dans cette thèse, nous chercherons à aller plus loin et nous voulons établir des convergences au niveau des populations, c'est à dire mettre en évidence la dynamique macroscopique émergente du nombre de proies et de prédateurs. D'un point de vue mathématique, cela passera par l'obtention de convergences fonctionnelles pour décrire le nombre de sites visités et la zone couverte au cours du temps. Cela nous amènera aussi à prendre en compte plusieurs prédateurs, ainsi que les naissances et les morts. Nous pourrions commencer par le cas de la dimension 1, pour lequel l'ensemble couvert est simple à décrire puisque connexe, et certaines estimations plus explicites. D'un point de vue des applications et de la biologie, nous espérons mettre en place de nouveaux modèles pour comprendre et prédire l'évolution de populations en interaction.

**Profil recherché :** Ce projet est ouvert à tout étudiant de mathématiques ayant de solides compétences en probabilité et processus stochastiques. L'étudiant devra également avoir un intérêt prononcé pour les interactions interdisciplinaires puisque le co-encadrement sera assuré par deux mathématiciens et un biologiste.

### **Références**

Bansaye, V., & Cloez, B.. From the distributions of times of interactions to preys and predators dynamical systems. *Journal of Math. Bio.* Vol. 87, Num. 2, 2023.

Bansaye, V., Berthelot, G., El Bachari, A., Chazottes, J.-R., & Billiard, S. Stochastic foraging paths primarily drives within-species variations of prey consumption rates, <https://www.biorxiv.org/content/10.1101/2024.05.29.596370v1>, 2024.

J-F Le Gall. Propriétés d'intersection des marches aléatoires. *Communications in mathematical physics*, 104(3):471–507, 1986.

**Mots-clés** : Processus de naissance et mort avec interactions, marches aléatoires, recouvrement de l'espace, milieu aléatoire, écologie des populations, proies-prédateurs, géométrie aléatoire, processus stochastique.