



**Se nourrir ou mourir : Recouvrement d'espace par une marche aléatoire et dynamique de populations de type proies-prédateurs**

**Encadrants :** Vincent Bansaye (CMAP, Ecole polytechnique), Sylvain Billiard (Evo-Eco-Paléo, Université de Lille), Jean-René Chazottes (CPHT, CNRS, Ecole Polytechnique)

**Laboratoire(s) de Rattachement :** Ecole polytechnique

**Contact :** [sylvain.billiard@univ-lille.fr](mailto:sylvain.billiard@univ-lille.fr) ; [vincent.bansaye@polytechnique.edu](mailto:vincent.bansaye@polytechnique.edu) ; [Jean-Rene.Chazottes@cpht.polytechnique.fr](mailto:Jean-Rene.Chazottes@cpht.polytechnique.fr)

Pour décrire la dynamique d'un système écologique dans lequel plusieurs espèces interagissent, au moins trois ingrédients doivent être simultanément considérés : 1) comment varient le nombre et la répartition des consommateurs (ou prédateurs) et de ressources (ou proies) dans l'environnement, 2) comment s'effectuent les interactions entre individus, 3) comment les interactions entre individus se traduisent en naissance et mort. Le modèle classique décrivant un tel système est celui du système déterministe de Lotka-Volterra (et ses nombreuses variantes) où ces trois ingrédients sont généralement implicitement supposés partager les mêmes échelles de temps. L'objectif de cette thèse est d'étudier les propriétés de tels systèmes par une approche stochastique, et en particulier mettre en évidence des régimes différents en fonction des hypothèses faites à propos de ces trois ingrédients.

Le doctorant pourra s'appuyer sur les travaux déjà effectués par les encadrants : un modèle stochastique des vitesses d'interaction entre proies et prédateurs sous l'hypothèse que les ressources sont instantanément régénérées une fois consommées (Billiard et al. 2018), ou au contraire qu'elles ne le sont jamais durant le temps de la marche aléatoire du prédateur dans l'espace (Bansaye et al., en prép.), ou une approximation effectivement multi-échelles de la dynamique de population mais dans un environnement non spatialisé et avec des temps d'interaction généraux (Bansaye et Cloez, 2021).

Il s'agira au cours de cette thèse d'étudier certains modèles intermédiaires pertinents où sont explicitement contrôlées les échelles de temps impliquées dans les vitesses d'interaction et de variation de taille de populations. En particulier, on s'intéressera au temps de vie d'un prédateur dont la survie dépend de la quantité de proies effectivement consommées en fonction de la vitesse de régénération des proies. On voudra aussi déterminer sous quelles hypothèses de rapport d'échelles entre vitesse de consommation et de reproduction, proies et prédateurs peuvent coexister sur un temps long.

Le projet de thèse s'inscrit dans les domaines mathématiques du recouvrement de l'espace par une marche aléatoire (Le Gall, 1986), des marches aléatoires branchantes, des processus stochastiques en milieu aléatoire, et des processus de naissance et mort avec interaction.

**Profil recherché :** Ce projet est ouvert à tout étudiant de mathématiques ou physique théorique ayant de solides compétences en probabilité et processus stochastiques. L'étudiant devra également avoir un intérêt prononcé pour les interactions interdisciplinaires (en écologie) puisque le co-encadrement sera assuré par deux mathématiciens et un biologiste.

**Références**

- Bansaye, V., & Cloez, B. (2021). From the distributions of times of interactions to preys and predators dynamical systems. A paraître à Journal of Mathematical Biology.
- Bansaye, V., Berthelot, G., El Bachari, A., Chazottes, J.-R., & Billiard, S. (en prép.) Stochasticity in foraging explains large and invariant fluctuations in consumption rates within and across species.
- Billiard, S., Bansaye, V., & Chazottes, J. R. (2018). Rejuvenating functional responses with renewal theory. Journal of The Royal Society Interface, 15(146), 20180239.
- Le Gall, J-F. Propriétés d'intersection des marches aléatoires. Communications in mathematical physics, 104(3):471-507, 1986.

**Mots-clés :** Processus de naissance et mort avec interactions, marches aléatoires, recouvrement de l'espace, milieu aléatoire, écologie des populations, proies-prédateurs, géométrie aléatoire, processus stochastique.