

Thèse de mathématiques appliquées (26ème section)

Directeurs de thèse : Yacouba Boubacar Maïnassara

yacouba.boubacar_mainassara@univ-fcomte.fr

Landy Rabehasaina

landy.rabehasaina@univ-fcomte.fr

Sujet : Modèles ARMA faibles modulés par une chaîne de Markov cachée

DESCRIPTION.

Dans beaucoup de domaines comme la finance, la météorologie, la santé, la théorie du signal, l'économie, l'économétrie, l'environnement, la gestion des risques et bien d'autres secteurs, les données considérées sont souvent indicées par le temps et peuvent aussi contenir des tendances (évolutions à moyen terme) déterministes et/ou stochastiques. Ces données présentent souvent une dépendance temporelle qui n'est pas forcément linéaire.

Parmi la grande diversité des modèles stochastiques de séries temporelles à temps discret, on distingue, et on oppose parfois, les modèles linéaires et les modèles non linéaires. En réalité ces deux classes de modèles ne sont pas incompatibles et peuvent même être complémentaires. Les fervents partisans des modèles non linéaires, ou de la prévision non paramétrique, reprochent souvent aux modèles linéaires ARMA d'être trop restrictifs, de ne convenir qu'à un petit nombre de séries. Ceci est surtout vrai si on suppose, comme on le fait habituellement, des hypothèses fortes (*i.e.* iid) sur le bruit qui intervient dans l'écriture ARMA. Francq et Zakoïan (1998, 2005), Francq, Roy et Zakoïan (2005) ont montré que des processus très variés admettent, à la fois, des représentations non linéaires et linéaires de type ARMA, pourvu que les hypothèses sur le bruit du modèle ARMA soient suffisamment peu restrictives. On parle alors de modèles ARMA faibles.

Les modèles de séries temporelles modulés par une chaîne de Markov avec un bruit présentant une dépendance est une thématique qui est en train de devenir de plus en plus importante au vu des applications en économétrie et pour la modélisation des risques climatiques. Les travaux existant sont pour l'heure, peu et, limités uniquement aux modèles ARMA (Autoregressive Moving Average) modulés par une chaîne de Markov observée avec des erreurs non corrélées mais dépendantes (*i.e.* faibles). Il existe de nombreuses situations dans la pratique pour lesquelles cette chaîne de Markov n'est pas obser-

vée. Les propriétés probabilistes de ces modèles ont été étudiées par Francq et Zakoïan (2001). L'étude des ARMA faibles modulés par une chaîne de Markov cachée aura des conséquences importantes pour l'analyse des séries économiques, pour lesquelles de nombreux travaux ont montré (par exemple) que les modèles ARMA standard avec erreurs iid sont mal adaptés.

TRAVAUX EXISTANTS.

Les travaux consacrés à l'analyse statistique des modèles ARMA faibles modulés par une chaîne de Markov sont pour l'heure limités au cas où cette chaîne est observée. Dans ce cas, sous certaines hypothèses essentielles de mélange et d'ergodicité, la consistance et la normalité asymptotique de l'estimateur des moindres carrés ordinaires ont été montrés par Boubacar Maïnassara et Rabehasaina (2020). Il se trouve que la précision de cet estimateur dépend de manière cruciale des hypothèses faites sur le bruit.

OBJECTIFS.

L'objectif principal de la thèse sera d'étudier dans quelle mesure ces travaux peuvent s'étendre au cas des modèles ARMA faibles modulés par une chaîne de Markov cachée.

Nous attendons de cette thèse un apport théorique important. Une partie conséquente de la thèse devra également être consacrée aux applications. En effet, les logiciels de prévision qui utilisent la méthodologie de Box et Jenkins (identification, estimation et validation de modèles standard) ne conviennent pas aux modèles de séries temporelles modulés par une chaîne de Markov cachée avec un bruit présentant une dépendance. Il faudra donc déterminer comment adapter les sorties de ces logiciels.

CONTEXTE DE LA THÈSE.

La thèse sera co-encadrée par Yacouba Boubacar Maïnassara (maître de conférences, HDR, au Laboratoire de Mathématiques de Besançon (LmB), directeur de thèse) et Landy Rabehasaina (maître de conférences, HDR, au LmB ; landy.rabehasaina@univ-fcomte.fr).

[1] BOUBACAR MAÏNASSARA, Y. and RABEHASAINA, L. Estimation of

- weak ARMA models with regime changes, *Statistical Inference for Stochastic Processes*, **23** (1), 1–52, 2020.
- [2] FRANcq, C., ROY, R. and ZAKOÏAN, J-M. Goodness-of-fit tests for ARMA models with uncorrelated errors. *J. Amer. Statist. Assoc.*, **100**, 532–544, 2005.
 - [3] FRANcq, C. and ZAKOÏAN, J-M. Estimating linear representations of nonlinear processes, *Journal of Statistical Planning and Inference*, **68**, 145–165, 1998.
 - [4] FRANcq, C. and ZAKOÏAN, J-M. Francq, C. and Zakoïan, J.-M. Stationarity of multivariate markov-switching ARMA models, *Journal of Econometrics*, **102** (2), 339–364, 2001.
 - [5] FRANcq, C. and ZAKOÏAN, J-M. Francq, C. and Zakoïan, J.-M. Recent results for linear time series models with non independent innovations, In *Statistical modeling and analysis for complex data problems*, volume **1** of *GERAD 25th Anniv. Ser.*, 241–265, 2005. Springer, New York.